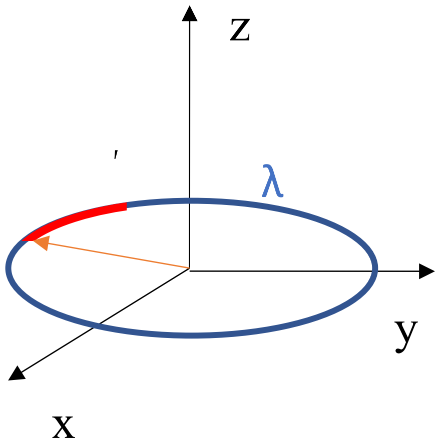
Ejercicio 7 –Guía 1

Una distribución de carga en forma de anillo de radio R tiene una densidad de carga lineal λ.

a) Hallar la expresión del campo eléctrico sobre puntos del eje del anillo si la densidad lineal es uniforme.
b) Graficar la componente del vector campo eléctrico sobre el eje si R =5 cm y λ =+0.1 μC/m.
c) ¿Cuál es la dependencia funcional con la distancia al centro del anillo? Analice también su dependencia cuando la distancia es mucho mayor que el radio R.
d) ¿Cómo cambiaría su planteo y resolución si la densidad λ no fuera uniforme?

a) Hallar la expresión del campo eléctrico **sobre puntos del eje del anillo** si la densidad lineal es uniforme.



$$\vec{\ } = \int_{ó} \frac{1}{4\ \ _0} \frac{'(\vec{\ } - \vec{\ }')}{\left|\vec{\ } - \vec{\ }'\right|^3}$$

Ley de Coulomb

$$' =$$

$$' = \lambda \quad '$$

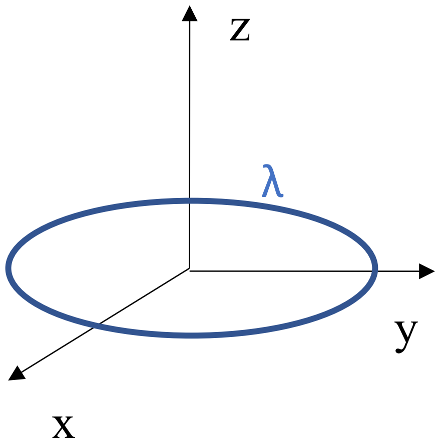
$$' = \quad '$$

$$' = \quad '$$

$$\boxed{' = \lambda \quad '}$$

Lo primado son los puntos fuente

a) Hallar la expresión del campo eléctrico **sobre puntos del eje del anillo** si la densidad lineal es uniforme.



$$' = \lambda \quad '$$

$$\vec{\ } = \int_{ó} \frac{1}{4\ \ _0} \frac{'(\vec{\ } - \vec{\ }')}{\left|\vec{\ } - \vec{\ }'\right|^3}$$

Ley de Coulomb

Decidamos algo primero:

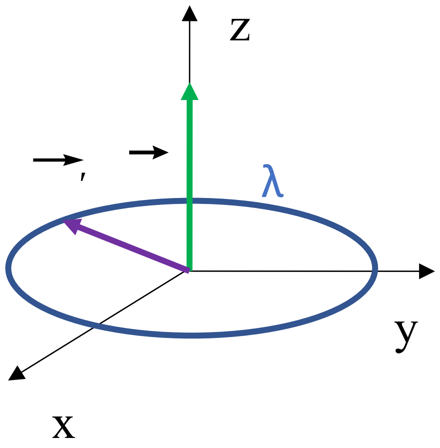
¿Qué sistema de referencia usamos?

Coordenadas: **Cilíndricas**

Componentes: **Cilíndricas**

Lo primado son los puntos fuente

a) Hallar la expresión del campo eléctrico **sobre puntos del eje del anillo** si la densidad lineal es uniforme.



$$' = \lambda \quad '$$

$$\vec{\ } = \int_{ó} \frac{1}{4\ {}_{0}} \frac{'\left(\vec{\ } - \vec{\ }'\right)}{\left|\vec{\ } - \vec{\ }'\right|^{3}}$$

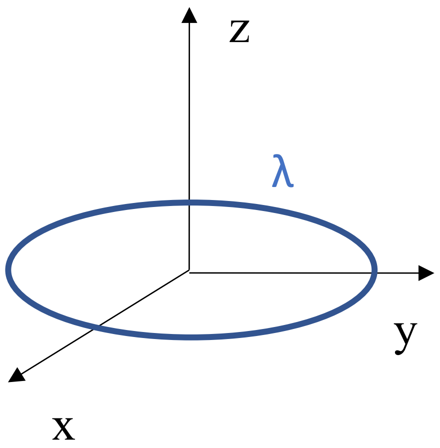
Ley de Coulomb

$$\vec{\ } = \ \check{\ }$$

$$\vec{\ }' = \ \check{\ }\ '$$

Lo primado son los puntos fuente

a) Hallar la expresión del campo eléctrico **sobre puntos del eje del anillo** si la densidad lineal es uniforme.



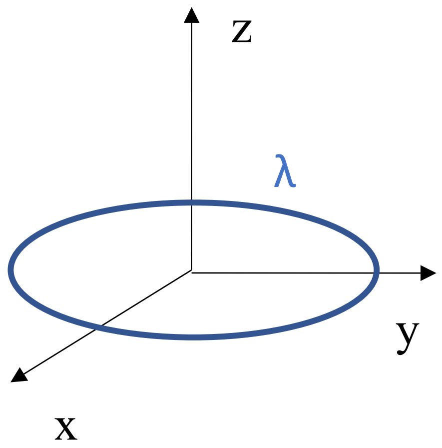
$$\rightarrow = \int_{ó} \frac{1}{4\ \ _0} \frac{\lambda\ '(\ \check{}\ - \ \check{}\ ')}{|\ \check{}\ - \ \check{}\ '|^3}$$

¿Puedo integrar así? **NO**

$$\check{}\ \ ' = (\ \ ')$$

¿Entonces era posible utilizar en este ejercicio componentes cilíndricas? **NO**

a) Hallar la expresión del campo eléctrico **sobre puntos del eje del anillo** si la densidad lineal es uniforme.

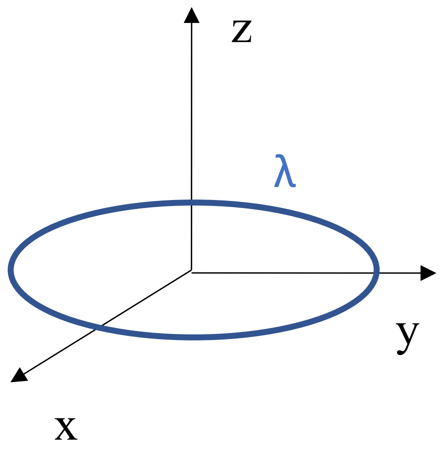


$$\rightarrow = \int_{ó} \frac{1}{4 \quad {}_{0}} \frac{\lambda \quad '(\quad \check{} - \quad ' \check{} - \quad ' \check{})}{\left| \quad \check{} - \quad ' \check{} - \quad ' \check{} \right|^3}$$

$$\lambda =$$

$$\rightarrow = \frac{1}{4 \quad {}_{0}} \lambda \int_{0}^{2} \frac{'(\quad \check{} - \quad ' \check{} - \quad ' \check{})}{\left| \quad \check{} - \quad ' \check{} - \quad ' \check{} \right|^3}$$

a) Hallar la expresión del campo eléctrico **sobre puntos del eje del anillo** si la densidad lineal es uniforme.



$$\rightarrow = \frac{1}{4\ {}_{0}}\lambda \int_{0}^{2} \frac{{}'(\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ )}{\left|\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ \right|^{3}}$$

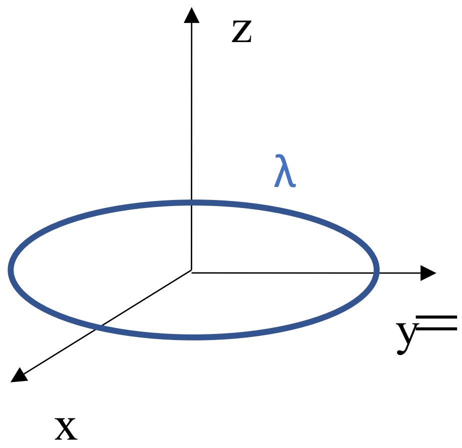
$$\left|\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ \right| = \sqrt{{}^{2} + (\quad {}')^{2} + (\quad {}')^{2}}$$

$$\left|\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ \right| = \sqrt{{}^{2} + {}^{2}[(\quad {}')^{2} + (\quad {}')^{2}]}$$

$$\left|\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ \right| = \sqrt{{}^{2} + {}^{2}}$$

$$\rightarrow = \frac{1}{4\ {}_{0}}\lambda \int_{0}^{2} \frac{{}'(\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ -\ {}'\ \check{}\ )}{¿¿}$$

a) Hallar la expresión del campo eléctrico **sobre puntos del eje del anillo** si la densidad lineal es uniforme.



$$\to = \frac{1}{4\ \ _0} \lambda \int_0^2 \frac{'(\ \ \check{}\ - \ \ '\ \check{}\ - \ \ '\ \check{}\ )}{¿¿}$$

$$= \frac{1}{4\ \ _0} \lambda \int_0^2 \frac{-\ \ '\ \ '}{¿¿} ¿0$$

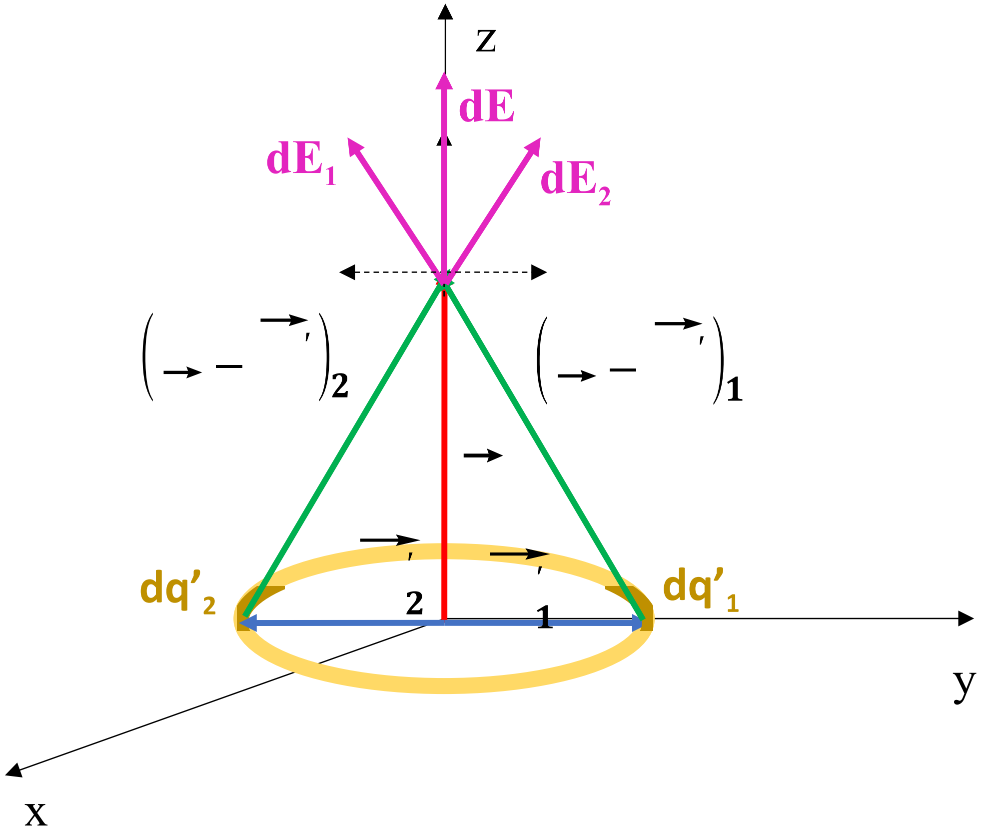
$$= \frac{1}{4\ \ _0} \lambda \int_0^2 \frac{-\ \ '\ \ '}{¿¿} ¿0$$

$= \frac{\ }{4}$

¿Ahora pregunto, era necesario hacer toda la integral para las componentes x e y? ¿Podríamos haber sacado con los dedos la dirección y sentido?

a) Hallar la expresión del campo eléctrico **sobre puntos del eje del anillo** si la densidad lineal es uniforme.

$$\vec{\ } = \int_{ó} \frac{1}{4\ _0} \frac{'(\vec{\ } - \vec{\ }')}{|\vec{\ } - \vec{\ }'|^3}$$



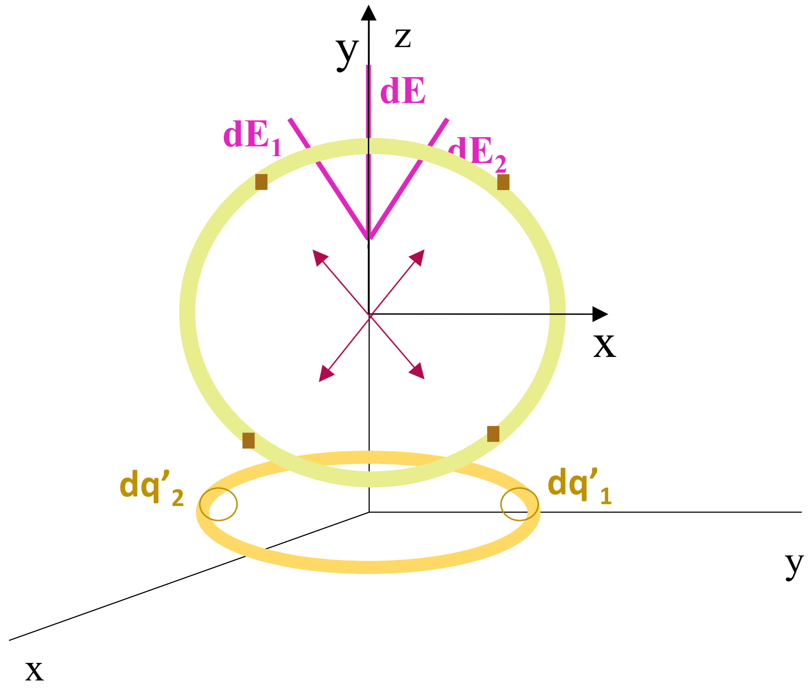
Veo que se compensan las componentes x e y

Entonces:

$$\vec{\ } = \frac{1}{4\ _0} \lambda \int_0^2 \frac{'(\ \hat{\ } - \underbrace{\ \ ' \hat{\ } -}_{¿0} \underbrace{\ \ ' \hat{\ }}_{¿0})}{¿¿}$$

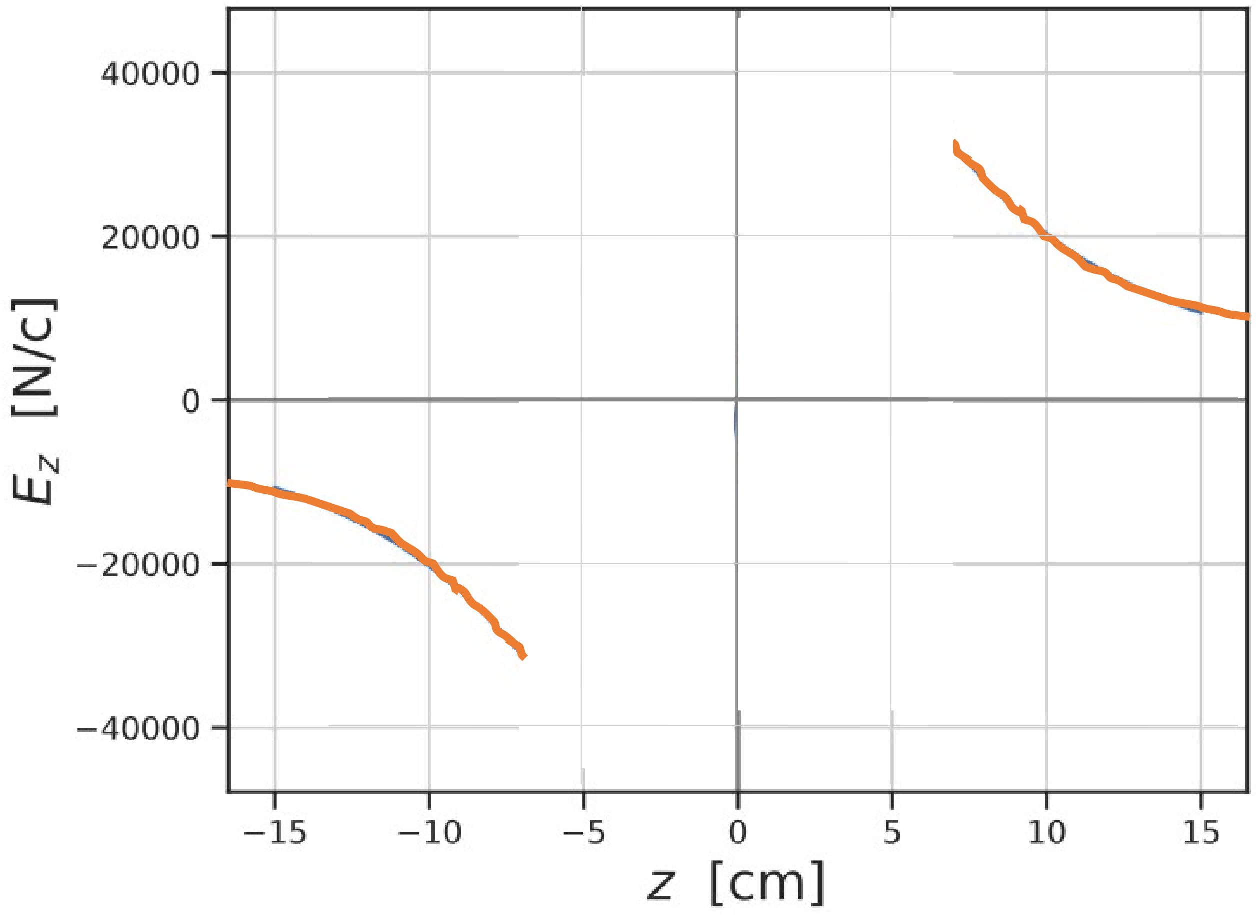
$$\vec{\ } = \frac{1}{4\ _0} \lambda \int_0^2 \frac{'}{¿¿}$$

b) Graficar la componente del vector campo eléctrico sobre el eje si R =5 cm y λ =+0.1 μC/m
c) ¿Cuál es la dependencia funcional con la distancia al centro del anillo? Analice también su dependencia cuando la distancia es mucho mayor que el radio R.



- Analicemos algunas cuestiones antes de graficar:

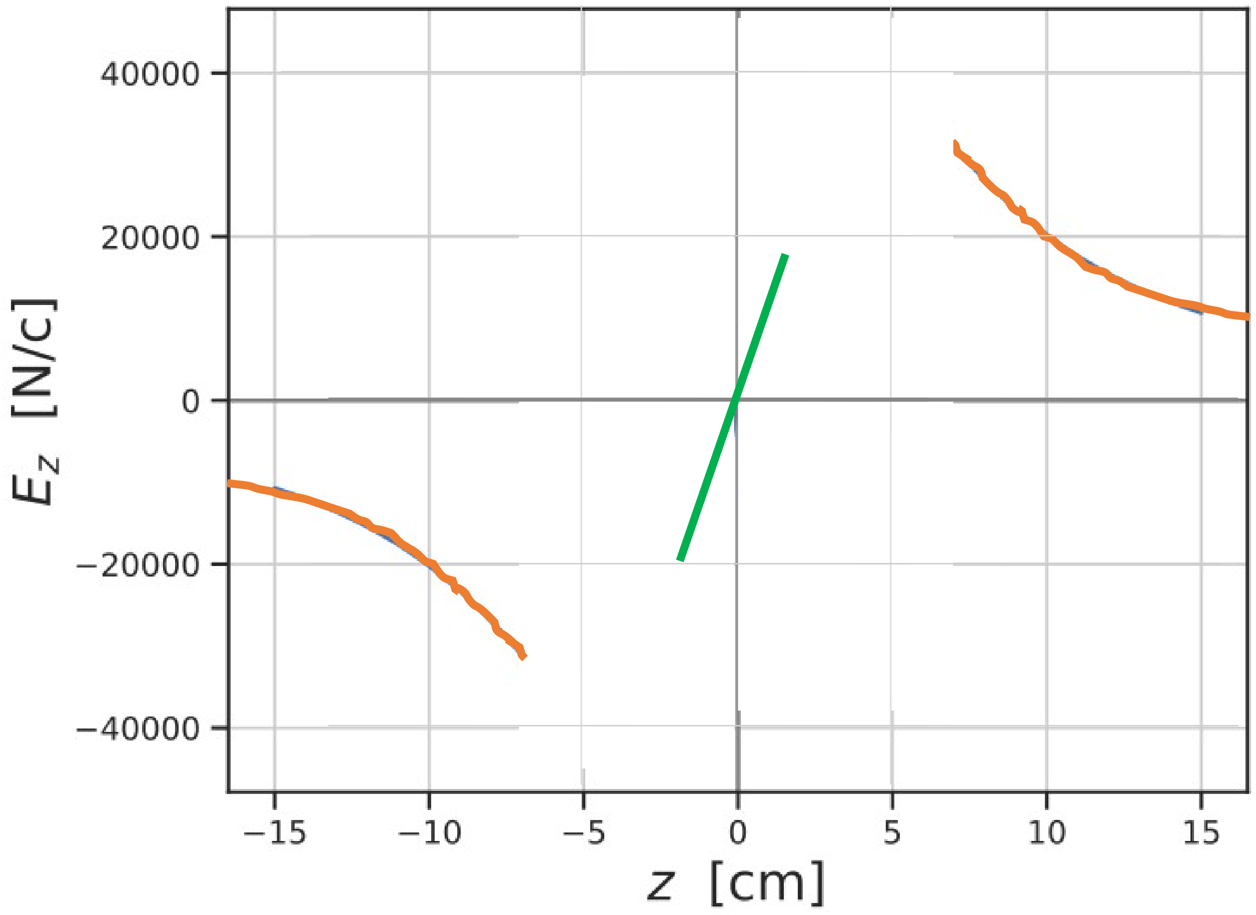
1. Dado que λ es positivo, si ,resulta , mientras que si ,resulta
2. Si ,resulta
3. Si , la expresión del campo es proporcional a y resulta



Para el caso z queda:

campo de una carga puntual en el origen

Es DECRECIENTE con $1/z^2$



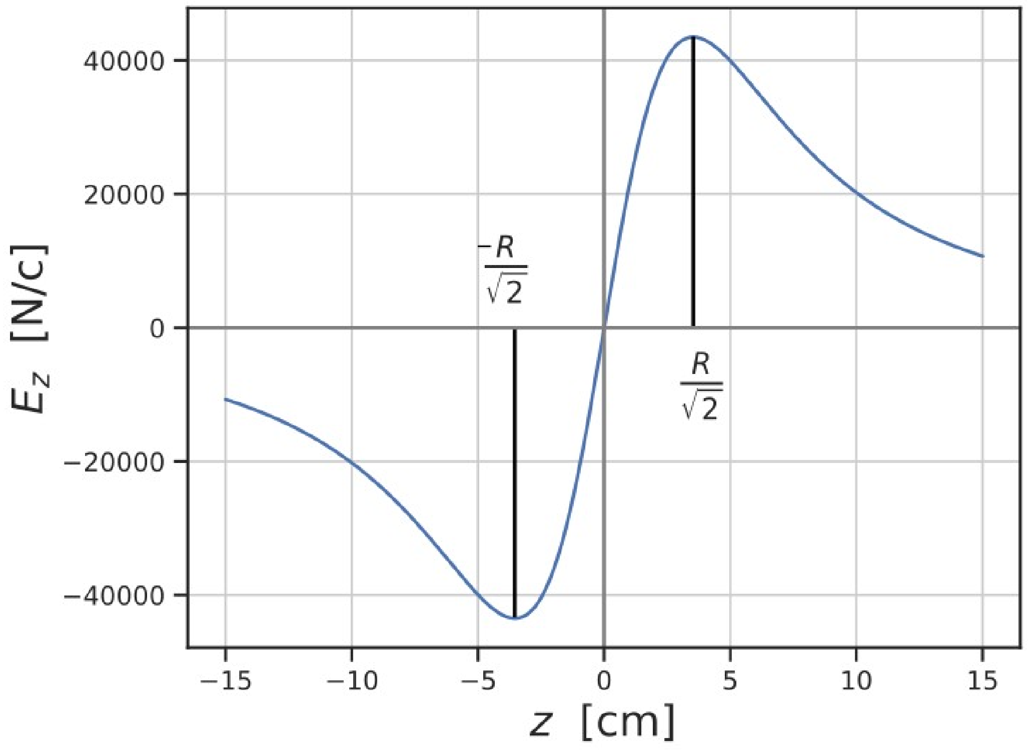
Para el caso z queda:

el campo resulta PROPORCIONAL a z, es decir una dependencia lineal

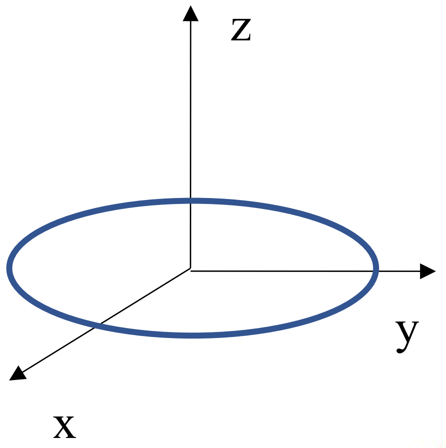
Veo que con un simple análisis de las funciones pude determinar cómo es la funcionalidad del campo en dos zonas del espacio. **¿Qué pasa si estoy en el medio?**

Primero es importante ver que la función <u>E(r) es continua</u>, no tiene ningún punto conflictivo como podría ser que se anule el denominador. No existe ningún valor de z que lo anule.

Habiendo dicho esto, si el campo es <u>creciente en una zona y decreciente en la siguiente</u>, puede asumirse que existe un MÁXIMO (para z positivos) y un MINIMO (para z negativos). Para encontrarlo deberíamos derivar la función e igualarla a cero, obteniendo este gráfico:



d) ¿Cómo cambiaría su planteo y resolución si la densidad λ no fuera uniforme?



$$\vec{\ } = \int_{ó} \frac{1}{4\ \ {}_{0}} \frac{\lambda\ \ '\left(\vec{\ } - \vec{\ }'\right)}{\left|\vec{\ } - \vec{\ }'\right|^{3}}$$

Si no fuese uniforme, solo podría depender del ángulo por ser una densidad lineal, sería =

No podría salir de la integral como una constante, habría que integrarla, y analizar nuevamente el campo ya que no se van a compensar de la misma manera cada aporte de campo